

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. május 3.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2016. május 3. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Tekintsük a következő két halmazt:  $G = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$  és  $H = \{1; 2; 4; 8; 16\}$ .  
Elemek felsorolásával adja meg a  $G \cap H$  és a  $H \setminus G$  halmazokat!

$G \cap H =$	1 pont	
$H \setminus G =$	1 pont	

2. Ha 1 kg szalámi ára 2800 Ft, akkor hány forintba kerül 35 dkg szalámi?

35 dkg szalámi ára	Ft.	2 pont	
--------------------	-----	--------	--

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a nemnegatív valós számok halmazán!

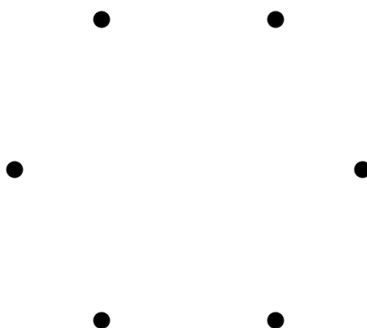
$$\sqrt{x} = 4^3$$

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

4. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelynek minden számjegye különböző?

	2 pont	
--	--------	--

5. Egy hatfős társaságban mindenkit megkérdeztek, hány ismerőse van a többiek között (az ismeretségek kölcsönösek). Az első öt megkérdezett személy válasza: 5, 4, 3, 2, 1.  
**a)** Ábrázolja gráffal a hatfős társaság ismeretségi viszonyait!  
**b)** Hány ismerőse van a hatodik személynek a társaságban?



	2 pont	
<b>b)</b> A hatodik személy ismerőseinek száma a társaságban:	1 pont	

6. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!  
 Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

$$2^x = 10$$

$x \approx$	2 pont	
-------------	--------	--

7. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- A: Ha egy szám osztható 6-tal és 8-cal, akkor osztható 48-cal is.  
 B: Ha egy pozitív egész szám minden számjegye osztható 3-mal, akkor a szám is osztható 3-mal.  
 C: A 48 és a 120 legnagyobb közös osztója a 12.

A: B: C:	2 pont	
----------------	--------	--

8. Egy számtani sorozat negyedik tagja 7, ötödik tagja  $-5$ .  
 Határozza meg a sorozat első tagját! Megoldását részletezze!

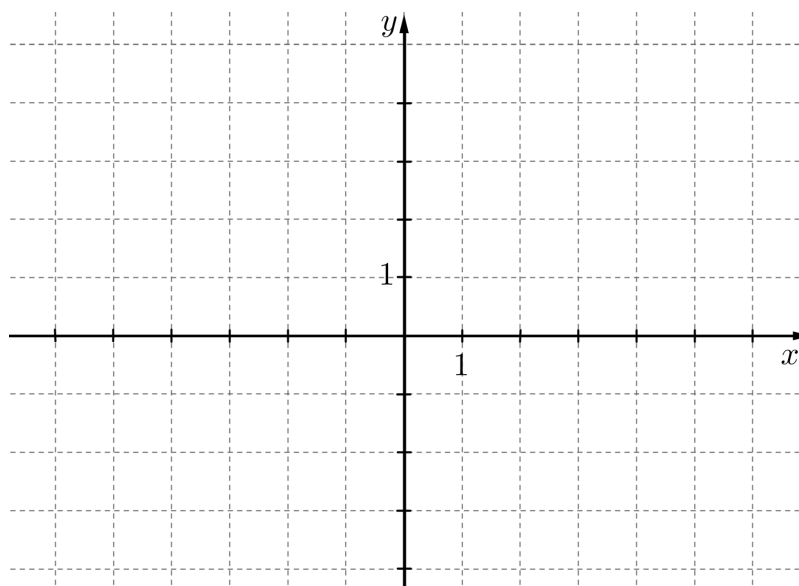
	2 pont	
A sorozat első tagja:	1 pont	

9. Egy fiókban néhány sapka van. Tekintsük a következő állítást:  
„A fiókban minden sapka fekete.”  
Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a fentinek!

- A: A fiókban minden sapka fehér.  
B: A fiókban nincs fekete sapka.  
C: A fiókban van olyan sapka, amely nem fekete.  
D: A fiókban nem minden sapka fekete.

	2 pont	
--	--------	--

10. Ábrázolja a  $[-3; 6]$  intervallumon értelmezett  $x \mapsto |x - 2| - 3$  függvényt!



4 pont	
--------	--

11. Oldja meg a  $\sin x = 1$  egyenletet a valós számok halmazán!

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

12. Az osztály lottót szervez, melyben az 1, 2, 3, 4, 5 számok közül húznak ki hármat. Tamás a 2, 3, 5 számokat jelöli be a szelvényen. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Tamásnak telitalálata lesz! Számítását részletezze!

1	2	3
4	5	

	3 pont	
	1 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	3	
	9. feladat	2	
	10. feladat	4	
	11. feladat	2	
	12. feladat	4	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra kerekítve</b>	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

#### Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. május 3.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2016. május 3. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

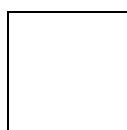
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

- 13. a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$7 - 2 \cdot (x + 5) = \frac{x + 6}{4} + \frac{x + 2}{2}$$

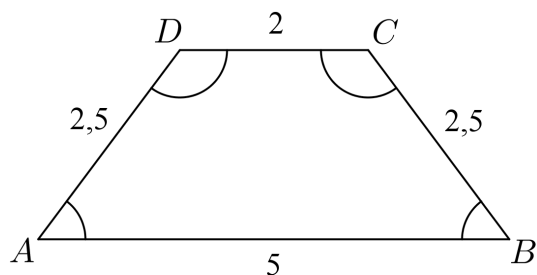
- b)** Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	10 pont	



14. Az  $ABCD$  húrtrapéz oldalainak hossza:  
 $AB = 5$  cm,  $BC = 2,5$  cm,  $CD = 2$  cm és  $DA = 2,5$  cm.



- a) Számítsa ki a trapéz szögeit!
- b) Határozza meg az  $ABC$  és  $ACD$  háromszögek területének arányát!
- c) A trapéz belső szögeit egy-egy 5 mm sugarú körívvel jelöltük.  
Számítsa ki a négy körív hosszának összegét!

a)	5 pont	
b)	5 pont	
c)	3 pont	
<b>Ö.:</b>	13 pont	



- 15.** A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

- a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál?

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

- b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott!

a)	7 pont	
b)	6 pont	
<b>Ö.:</b>	13 pont	

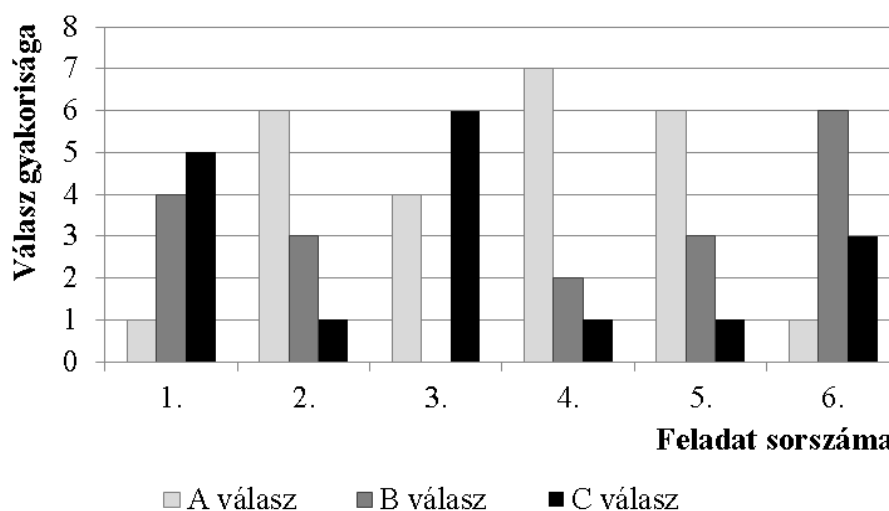




## B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Egy hatkérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett kiválasztani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott válaszok eloszlását mutatja.



A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár. Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.

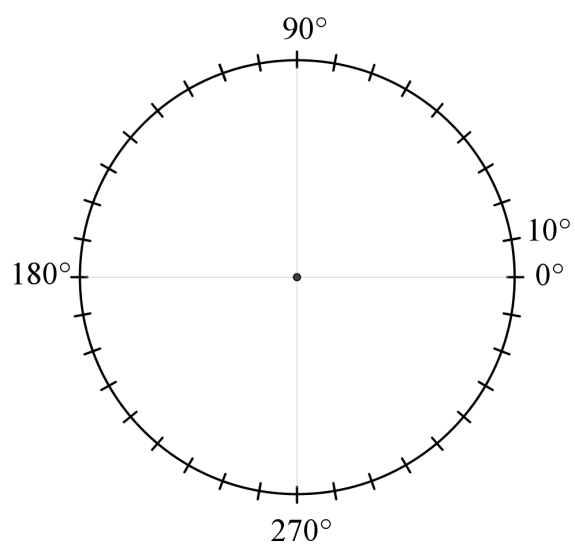
- a) Határozza meg az összes jó és az összes rossz válasz számát, és készítsen ezekről kördiagramot!
- b) Igaz-e, hogy minden kérdésre az a jó válasz, amit a legtöbben jelöltek be? Válaszát indokolja!

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mindhárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

- c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten?

Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

- d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben?



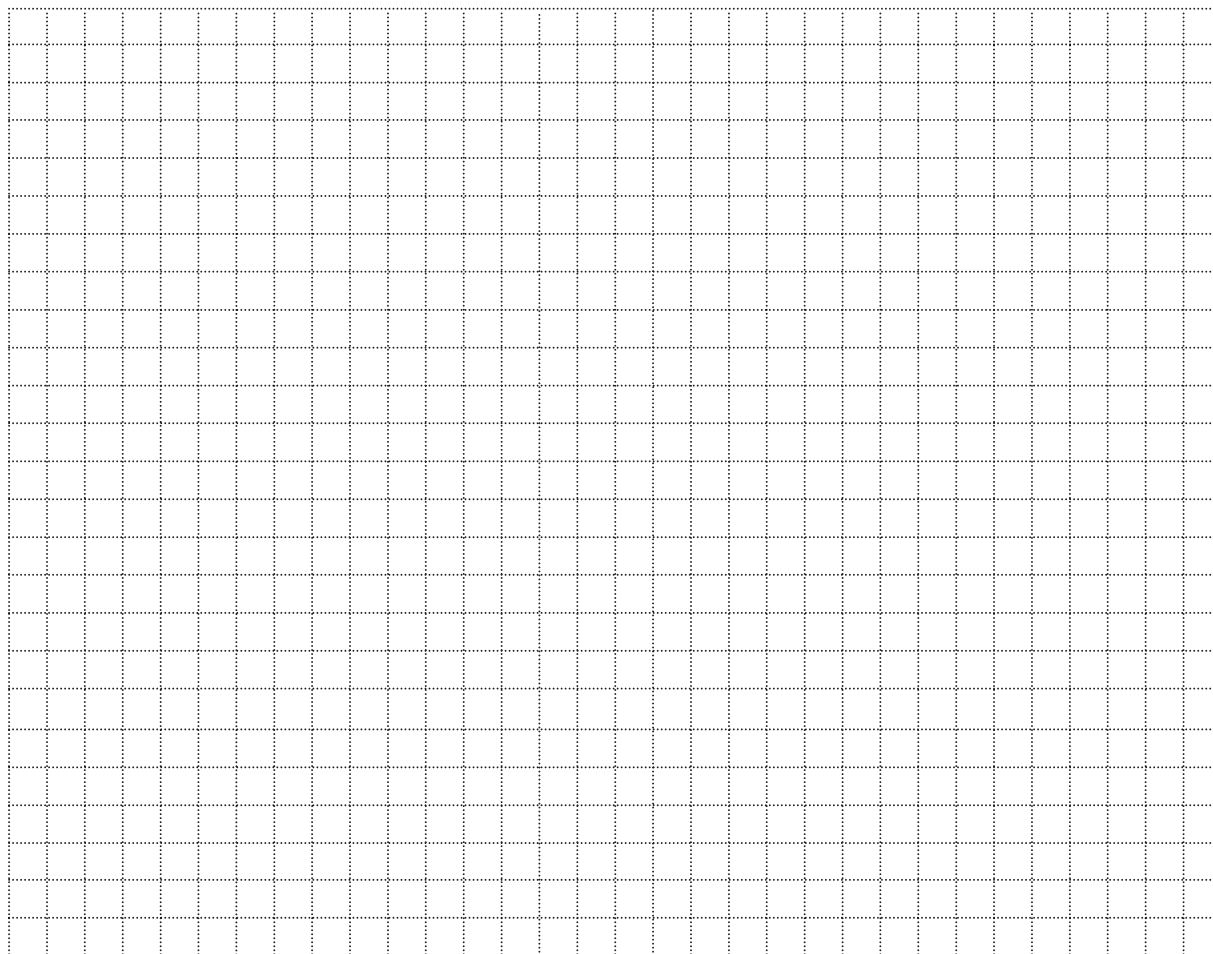
<b>a)</b>	4 pont	
<b>b)</b>	3 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>d)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	

---

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

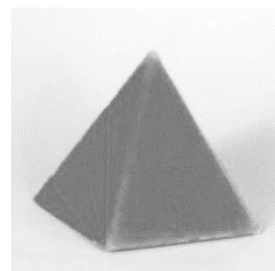
- 17.** a) Az  $ABC$  háromszög két csúcsa  $A(-3; -1)$  és  $B(3; 7)$ , súlypontja az origó.  
Határozza meg a  $C$  csúcs koordinátáit!
- b) Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, mely  $-3$ -hoz  $-1$ -et és  $3$ -hoz  $7$ -et rendel! (A hozzárendelési utasítást  $x \mapsto ax + b$  alakban adja meg!)
- c) Adott az  $A(-3; -1)$  és a  $B(3; 7)$  pont. Számítsa ki, hogy az  $x$  tengely melyik pontjából látható derékszögben az  $AB$  szakasz!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	9 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhasssa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)



- a)** Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből?

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnel, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

- b)** Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni?  
(Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég. Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

- c)** Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg!

<b>a)</b>	6 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	13		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
	← nem választott feladat			
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum