

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ÉRETSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.

MATEMATIKA
EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2013. május 7. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

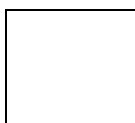
EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

I.

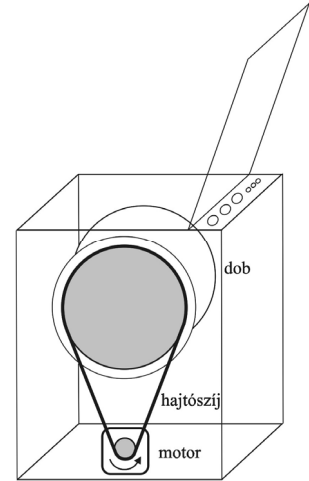
1. Jelölje A az $\frac{x+4}{x-3} \leq 0$ egyenlőtlenség **egész** megoldásainak a halmazát, B pedig az $|x+3| < 4$ egyenlőtlenség **egész** megoldásainak a halmazát.
Elemi felsorolásával adja meg az $A \cap B$, az $A \setminus B$ és az $A \cup B$ halmazt!

Ö.:	11 pont	
------------	---------	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. Az ábrán egy mosógép vázlatos rajza látható. A kisebb, 1 cm sugarú kerék a motor tengelyéhez kapcsolódik, és egy hajtósíj segítségével forgatja meg a mosógép dobjához rögzített, 20 cm sugarú kereket, amitől a dob és benne a ruhák forognak mosás közben. A két kerék tengelye párhuzamos, a tengelyek távolsága 46 cm. (A hajtósíj a tengelyekre merőleges síkban van.) Milyen hosszú a feszes hajtósíj?



Ö.:	13 pont	
-----	---------	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

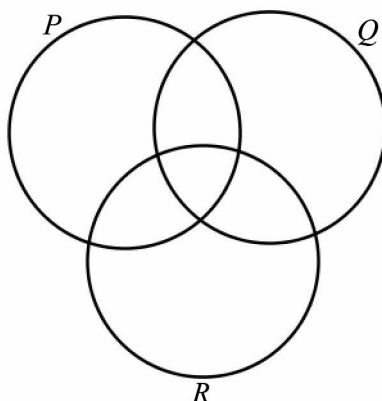
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Tekintsük a következő, **egyszerű** gráfokra vonatkozó állítást:
 Ha a gráf minden pontjának fokszáma legalább 2, akkor a gráf biztosan összefüggő.

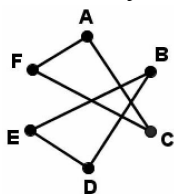
- a) Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás! Válaszát indokolja!
- b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását! Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás megfordítása! Válaszát indokolja!

Tekintsük a következő halmazokat:

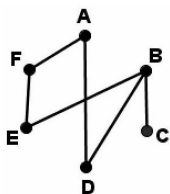
$P = \{\text{összefüggő gráfok}\}$, $Q = \{\text{egyszerű gráfok}\}$, $R = \{\text{kört tartalmazó gráfok}\}$.



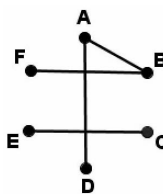
c) Helyezze el az alábbi gráfok ábrájának sorszámát a fenti halmazábrában a megfelelő helyre!



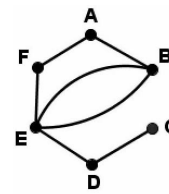
1. ábra



2. ábra

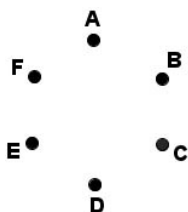


3. ábra



4. ábra

d) Rajzoljon egy 6 pontú fagráfot az 5. ábrára, és helyezze el ennek a sorszámát is a fenti halmazábrában a megfelelő helyre!



5. ábra

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	13 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. a) Egy bank olyan hitelkonstrukciót ajánl, amelyben napi kamatlábat számolnak úgy, hogy az adott hitelre megállapított éves kamatlábat 365-tel elosztják. Egy adott évben a hitelfelvételt követően minden napra kiszámolják a napi kamat értékét, majd ezeket december 31-én összeadják és csak ekkor tőkésítik (azaz a felvett hitel értékéhez adják).

Ez a bank egy adott évben évi 8%-os kamatlábat állapított meg. Éva abban az évben a március 1-jén felvett 40 000 Ft után október 1-jén újabb 40 000 Ft hitelt vett fel. A két kölcsön felvétele után mennyi kamatot tőkésít a bank december 31-én? (A hitelfelvétel napján és az év utolsó napján is számítanak napi kamatot.)

- b) Ádám is vett fel hiteleket ettől a banktól évi 8%-os kamatos kamatra. Az egyik év január 1-jén éppen 1 000 000 Ft tartozása volt. Több hitelt nem vett fel, és attól kezdve 10 éven keresztül minden év végén befizette az azonos összegű törlesztőrészletet. (A törlesztőrészlet összegét a bank már az éves kamattal megnövelt tartozásból vonja le.)

Mekkora volt ez a törlesztőrészlet, ha Ádám a 10 befizetés után teljesen visszafizette a felvett hitelt? Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

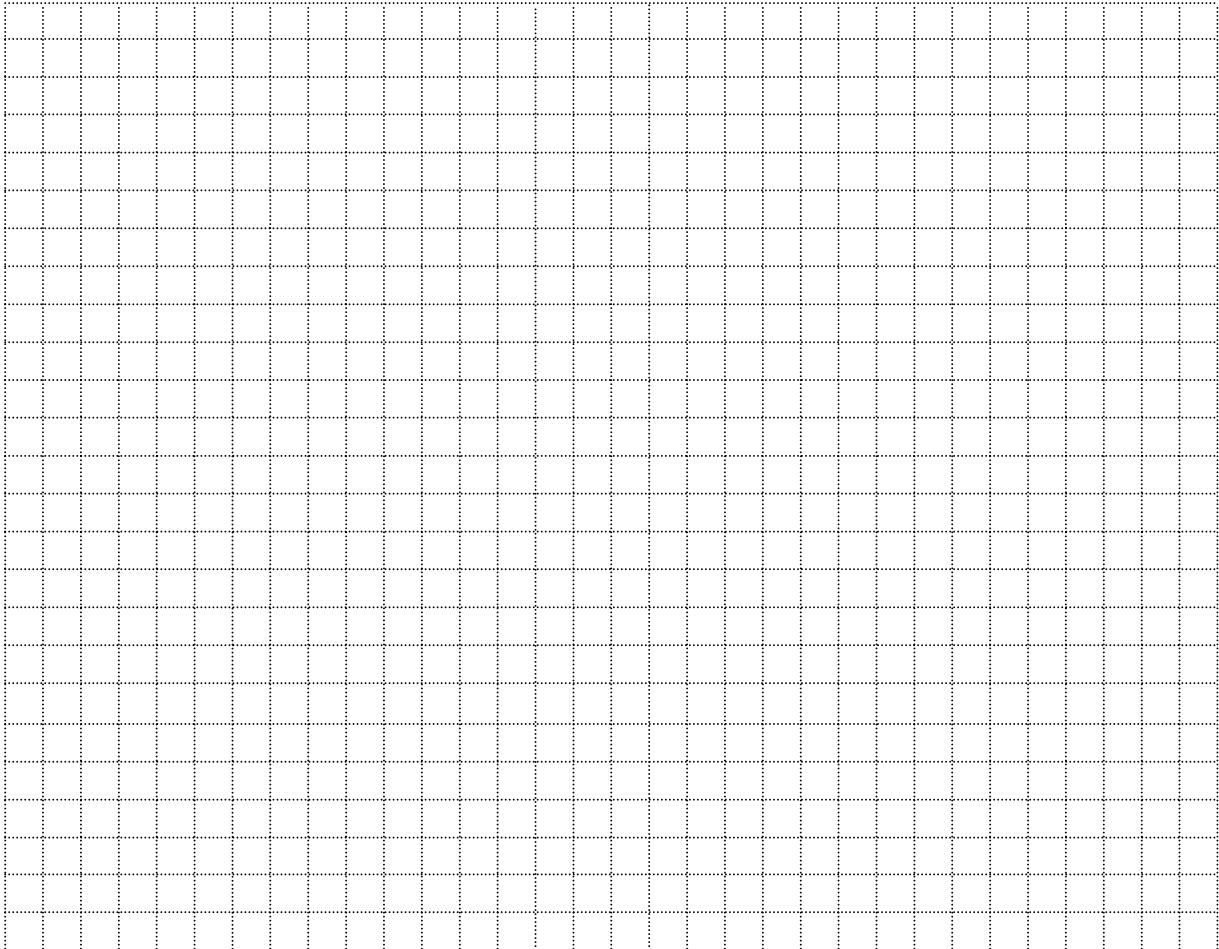
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Az $ABCD$ húrtrapéz köré írt körének egyenlete $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 100$. A húrtrapéz szimmetriatengelyének egyenlete $2x - y = 4$. A trapéz AB alapjának egy belső pontja $P(-5; 1)$, BC szárának hossza pedig $10\sqrt{2}$ egység. Határozza meg a trapéz csúcsainak koordinátáit!

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

- 6.** Egy 1 méter oldalú négyzetbe egy második négyzetet rajzoltunk úgy, hogy a belső négyzet minden csúcsa illeszkedjen a külső négyzet egy-egy oldalára. A belső és a külső négyzet oldalainak aránya 5 : 7.

- a)** Milyen arányban osztja két részre a belső négyzet csúcsa a külső négyzet oldalát?
Az arány pontos értékét adja meg!

A belső négyzetbe egy újabb, harmadik négyzetet rajzolunk úgy, hogy a harmadik és a második négyzet oldalainak aránya is 5 : 7. Ezt az eljárást aztán gondolatban végtelen sokszor megismételjük.

- b)** Mekkora lesz a kapott négyzetek kerületeinek az összege, ha a kiindulási négyzet kerülete is tagja a (végtelen sok tagú) összegnek?

a)	10 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy üzemben olyan forgáshenger alakú konzervdoboz gyártását szeretnék elkezdeni, amelynek térfogata 1000 cm^3 . A doboz aljának és tetejének anyagköltsége $0,2 \frac{\text{Ft}}{\text{cm}^2}$, míg oldalának anyagköltsége $0,1 \frac{\text{Ft}}{\text{cm}^2}$.

- a) Mekkora legyenek a konzervdoboz méretei (az alapkör sugara és a doboz magassága), ha a doboz anyagköltségét minimalizálni akarják?
Válaszát cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
Számítsa ki a minimális anyagköltséget is egész forintra kerekítve!

A megtöltött konzervdobozokat tizenkettesével csomagolták kartondobozokba. Egy ellenőrzés alkalmával 10 ilyen kartondoboz tartalmát megvizsgálták. Minden kartondoboz esetén feljegyezték, hogy a benne található 12 konzerv között hány olyat találtak, amelyben a töltő súly nem érte el az előírt minimális értéket. Az ellenőrök a 10 kartondobozban rendre 0, 1, 0, 0, 2, 0, 0, 1, 3, 0 ilyen konzervet találtak, s ezeket a konzerveket selejtesnek minősítették.

- b) Határozza meg a kartondobozonkénti selejtes konzervek számának átlagát és az átlagtól mért átlagos abszolút eltérését!

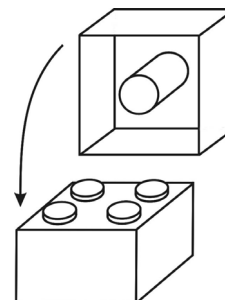
a)	13 pont	
b)	3 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy építőkészletben a rajzon látható négyzetes hasáb alakú elem is megtalálható. Két ilyen építőelem illeszkedését az egyik elem tetején kiemelkedő négy egyforma kis henger és a másik elem alján lévő nagyobb henger szoros, érintkező kapcsolata biztosítja. (Ez azt jelenti, hogy a hengerek tengelyére merőleges síkmetszetben a nagyobb kört érinti a négy kisebb kör, amelyek középpontjai egy négyzetet határoznak meg.) Tudjuk, hogy a kis hengerek sugara 3 mm, az egymás melletti kis hengerek tengelyének távolsága pedig 12 mm.



- a) Mekkora a nagyobb henger átmérője?
Válaszát milliméterben, két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A készletben az építőelemek kék vagy piros színűek. Péter 8 ilyen elemet egymásra rak úgy, hogy több piros színű van köztük, mint kék. Lehet, hogy csak az egyik színt használja, de lehet, hogy mindkettőt.

- b) Hányféle különböző színösszeállítású 8 emeletes tornyot tud építeni?

A gyárban (ahol ezeket az építőelemeket készítik) nagyon ügyelnek a pontosságra. Egymillió építőelemből átlagosan csupán 20 selejtes. András olyan készletet szeretne vásárolni, melyre igaz a következő állítás: *0,01-nél kisebb annak a valószínűsége, hogy a dobozban található építőelemek között van selejtes.*

- c) Legfeljebb hány darabos készletet vásárolhat András?

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy dobozban 17 darab egyforma sugarú golyó van. A golyók közül 8 darab sárga és 9 darab zöld.
- Visszatevés nélkül** kihúzzunk a dobozból 3 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kihúzott 3 golyó egyszínű?
 - Ha úgy húzzunk ki a dobozból 5 golyót, hogy a kivett golyót minden egyes húzás után **visszatesszük**, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 alkalommal sárga golyót, 2 alkalommal pedig zöld golyót húzzunk?
 - A golyók meg vannak számozva 1-től 17-ig. Mennyi annak a valószínűsége, hogy **visszatevés nélkül** 3 golyót kihúzva a golyókon található számok összege osztható 3-mal?

Válaszait három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
